

УДК 389
С 322



РОСЖЕЛДОР
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
СИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ (СГУПС)

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ ИЗМЕРЕНИЙ

Задачник

УДК 389
С 322

Сборник задач по теории измерений: Задачник / Сост. Бехер С.А.,
Новиков А.В., Слайковская В.А. – Новосибирск: Изд-во СГУПС, 2006. – 30 с.

Представлены задачи по анализу систем физических величин, фундаментальных причин погрешностей измерений, на вычисления метрологических характеристик средств измерений, обработку результатов косвенных и многократных измерений.

Предназначены для студентов специальности 200503 «Стандартизация и сертификация» при изучении дисциплин «Физические основы измерений» и «Общая теория измерений», студентов других специальностей для изучения дисциплины «Метрология, стандартизация и сертификация».

Рассмотрен и рекомендован к печати на заседании кафедры
«Электротехника, диагностика и сертификация».

Ответственный редактор
проф., д.т.н. Степанова Л.Н.

Рецензент
доцент кафедры «Физика» (СГУПС) Сухарев Е. М.

Оглавление

Введение	4
1 Системы физических величин	5
2 Погрешности измерений	9
3 Метрологические характеристики средств измерений.....	11
4 Многократные измерения.....	14
5 Погрешности косвенных измерений	16
Примеры решения задач.....	19
Список рекомендуемой литературы	25
Приложение А. Единицы и размерности физических величин в международной системе единиц (СИ).....	26
Приложение Б. Таблицы значений функций распределения случайных величин.....	27

ВВЕДЕНИЕ

Сборник задач («Задачник») является учебным неперiodическим изданием и предназначен для самостоятельной подготовки студентов к зачетам и экзаменам, проведения практических занятий, выполнения домашних заданий и контрольных работ по дисциплинам:

- «Физические основы измерений» и «Общая теория измерений» со студентами специальности 200503 – Стандартизация и сертификация;
- «Метрология, стандартизация и сертификация» студентов других специальностей.

Задачник необходимо использовать вместе с лекциями, учебниками для вузов, описаниями лабораторных работ и дополнительной литературой. В сборник включен список рекомендуемой литературы и примеры решения для одной, двух задач из каждого раздела.

Все задачи в учебном издании сгруппированы в пять разделов:

- 1 Системы физических величин** – физические величины и их шкалы, единиц измерения и числовые значения физических величин в различных системах, анализ размерности и уравнения связи;
- 2 Погрешности измерений** – классификация погрешности по способу выражения, представление результатов измерений и оценка их достоверности;
- 3 Метрологические характеристики СИ** – классы точности, статические и динамические метрологические характеристики, поверка и калибровка средств измерений, оценка погрешности средств измерений;
- 4 Многократные измерения** – обработка результатов многократных измерений, дисперсия физической величины, доверительная вероятность;
- 5 Погрешность косвенных измерений** – оценка погрешности косвенных измерений со случайными и систематическими составляющими, формулы сложения погрешностей, правило «малой» погрешности.

Для решения задач первого раздела 1 – Системы физических величин необходимы знания единиц и размерностей физических величин в международной системе СИ, которые приведены в приложении А.

В приложении Б приведены числовые значения некоторых функций вероятностей, необходимых для решения задач из раздела 6 – Случайная погрешность.

Среди задач сборника есть стандартные задачи, для решения которых обычно необходимы знания из одного раздела. Присутствуют и сложные комплексные задачи, объединяющие знания нескольких дисциплин, требующие умений разобраться в непривычной ситуации. Номера задачи повышенной сложности отмечены специальным символом *.

1 СИСТЕМЫ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

1.1 Докажите, что шкала нумерации паспортов не обладает свойством аддитивности, но обладает свойством эквивалентности. К какому классу шкал она относится?

1.2 Для характеристики твердости минералов используют шкалу Мооса, которая содержит 10 опорных минералов с различными условными числами твердости: тальк – 1, гипс – 2, кальций – 3, флюорит – 4, апатит – 5, ортоклаз – 6, кварц – 7, топаз – 8, корунд – 9, алмаз – 10. Отнесение других минералов к какой-либо градации осуществляют путем царапания его опорным. Является ли твердость шкалой интервалов?

1.3 Докажите утверждение: «шкала длины относится к классу шкал пропорциональности».

1.4 Для оценки воздействия силы ветра на море используют шкалу Бофорта, построенную по следующему принципу $v = 0,96 \cdot (B)^{3/2}$,

где v – скорость ветра, м/с;

B – сила ветра, балл.

Покажите, что свойство аддитивности не выполняется для этой шкалы.

К какому классу шкал она относится?

Таблица – Шкала Бофорта для оценки силы ветра

Балл	Скорость (м/с) и характеристика	Состояние водной поверхности	Высота волн, м
0	0-0.2 штиль	зеркально-гладкая	0
1	0.3-1.5 тихий	заметная рябь, но без образования гребней	0.25
2	1.6-3.3 легкий	небольшая рябь с ровными, не разорванными гребнями	0.25-0.75
3	3.4-5.4 слабый	крупная рябь, гребни начинают разрываться, появляются редкие барашки	0.75-1.25
4	5.5-7.9 умеренный	небольшие волны с довольно частыми барашками	1.25-2
5	8.0-10.7 свежий	протяженные волны среднего размера с многочисленными барашками и мелкими брызгами	1.25-2.1
		...	

1.5 Докажите, что алфавитный список студентов не обладает свойством аддитивности и порядка, но обладает свойством эквивалентности.

1.6 При формировании подшипников качения локомотива все ролики сортируют по их диаметру на 12 групп:

I группа – от 20,400 до 20,410 мм

II группа – от 20,410 до 20,420 мм

III группа – от 20,420 до 20,430 мм

...

К какому типу относится шкала классификации подшипников по диаметрам?

1.7 Докажите утверждение: «шкала масс является шкалой пропорциональности».

1.8 Докажите утверждение: «шкала температур Фаренгейта является шкалой интервалов».

1.9 Для характеристики силы звука (N) используют шкалу децибел (дБ), которая выражается через энергию (E) звуковых колебаний по следующей формуле:

$$N = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{E}{E_0} \right), \quad (1)$$

где E – энергия звуковой волны, Дж;

E_0 – энергия эталонной звуковой волны, Дж.

Какими свойствами (аддитивности, порядка или эквивалентности) обладает шкала децибел? К какому классу шкал относится?

1.10* Докажите утверждение:

«Для шкал интервалов (аддитивности) и пропорциональности могут быть введены единицы измерения».

1.11* Докажите утверждение:

«Для шкал, не обладающих свойством аддитивности, нельзя определить единицы измерения».

1.12 Шкала Фаренгейта является шкалой интервалов, на которой:

- температура таяния льда соответствует $t_0 = 32$ F;

- температура кипения воды соответствует $t_1 = 212$ F.

Шкала Цельсия, так же являясь шкалой интервалов, определяется из следующего условия:

- температура таяния льда $t_0 = 0$ °C

- температура кипения воды $t_1 = 100$ °C.

Определите формулу для перевода численных значений шкалы Фаренгейта в численные значения шкалы Цельсия.

1.13 Известный ученый Исаак Ньютон в 1701 году предложил свою шкалу температур, в которой:

- температура таяния льда соответствует $t_0 = 0$,

- температура крови здорового человека соответствует $t_1 = 12$.

Определите формулу перевода численных значений этой шкалы в численные значения шкалы Цельсия.

1.14* Известно, что электрическое напряжение является производной физической величиной. Установите зависимость ее единиц измерения [В] от основных единиц, если известно:

$$U = \frac{E}{q}, \quad E = \frac{m \cdot v^2}{2}, \quad q = I \cdot t, \quad (2)$$

где U – электрическое напряжение, В;

E – энергия, Дж;

q – электрический заряд, Кл;

m – масса, кг;

v – скорость, м/с;

I – электрический ток, А;
 t – время, с.

1.15 Для измерения электрического сопротивления используется единица – Ом, для электрической проводимости – См (сименс). Определите формулу для перевода единицы измерения кОм в кСм.

1.16 Скорость тела может быть выражена двумя единицами измерения: [м/с] и [км/ч]. Во сколько раз будут различаться численные значения одной и той же скорости, выраженные в этих единицах?

1.17 Одна английская миля, выраженная в метрических единицах, равна 1609,315 м. Верхний предел скорости автомобиля составляет 180 км/ч. Чему равна максимальная скорость, выраженная в английских единицах – миль/ч?

1.18 В некоторых отраслях промышленности используется единица измерения силы – килограмм-сила (кгс). Сила величиной 1 кгс сообщает телу массой 1 кг ускорение свободного падения (9,81 м/с). Выведите формулу перевода значения физической величины из единицы измерения ньютон в единицу килограмм-сила.

1.19 В гидравлике употребляется единица измерения кгс/см². Выведите уравнение, связывающее эту единицу с системной единицей МПа.

1.20 Известно, что в международной системе единиц (СИ) расстояние в один метр определяется как 1/2999792458 часть пути, проходимого светом в вакууме за одну секунду. Установите связь двух единиц измерения: световой год и метр.

В задачах 1.21 – 1.30 необходимо составить размерность производной физической величины в международной системе единиц (СИ) (Приложение А).

1.21* Вязкость – η [Па·с];

1.22* Коэффициент поверхностного натяжения – α [Н·м];

1.23* Удельная теплота сгорания вещества – γ [Дж/кг];

1.24 Мощность – P [Дж/с];

1.25 Давление – P [Н/м²];

1.26 Сила – F [Н];

1.27* Электрическое напряжение – U [В];

1.28 Момент инерции – I [кг·м²];

1.29 Момент импульса – L [кг·м²/с];

1.30 $x = \frac{v^2}{g}$, где v – скорость, м/с; g – ускорение свободного падения, м/с².

В задачах 1.31 – 1.32 необходимо проверить с помощью размерностей правильность отдельных членов уравнения.

$$1.31 \quad z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2 \cdot g} = 0$$

где z – расстояние, p – давление, γ – плотность, v – скорость, g – ускорение свободного падения.

$$1.32 \quad m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{I \cdot \omega^2}{2}$$

где m – масса, g – ускорение свободного падения, h – высота, v – скорость, I – момент инерции, ω – угловая скорость.

1.33 Используя теорию размерностей, установите уравнения связи между базовой и исходными физическими величинами в строках таблицы 1:

Таблица 1 – Исходные данные для задачи 1.24

п.п.	Базовая ФВ	Исходные ФВ		
		1	2	3
1	E , энергия	m , масса	l , длина	f , частота
2	P , мощность	m , масса	l , длина	f , частота
3	F , сила	m , масса	l , длина	f , частота
4	F , сила	ρ , плотность	l , длина	f , частота
5*	I , ток	q , электрический заряд	t , время	v , скорость
6*	U , напряжение	q , электрический заряд	m , масса	v , скорость
7*	P , мощность	q , электрический заряд	t , время	U , напряжение
8*	F , сила	q , электрический заряд	U , напряжение	L , длина

В задачах 1.34 – 1.38 Составить уравнение связи для неизвестной физической величины с известными и сделать численную оценку.

1.34 Человек со средним размером $r = 1$ м и весом $F = 700$ Н находится в свободном падении. Оцените скорость падения, если вязкость воздуха $\eta = 16 \cdot 10^{-6}$ Па·с.

1.35 Оцените, какое давление создают пороховые газы, если порох массой $m = 5$ г заключен в объеме $V = 0,1$ л и удельная теплота сгорания топлива $\gamma = 46$ МДж/кг.

1.35 Автомобиль развивает максимальную мощность $P = 100$ Дж/с. Оцените, за какое время автомобиль достигнет скорости $v = 100$ км/ч, если масса автомобиля $m = 1200$ кг.

1.36 Оцените, с какой мощностью должно работать сердце, чтобы перемещать кровь со скоростью $v = 0,3$ м/с в капилляре радиусом $r = 0,3$ мм, коэффициент поверхностного натяжения равен $\alpha = 73$ мН/м?

1.37 Роторный насос поднимает воду с плотностью $\rho = 1$ кг/л в высотное здание. Оцените максимальную высоту h , на которую насос сможет поднять жидкость, если давление воздуха $p = 100$ кПа и ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1.38 Пластинин $m = 100$ г на скорости $v = 20$ км/ч попадает в стену. Оцените, на сколько поднимется его температура t , если удельная теплоемкость пластилина $C = 1,8$ кДж/(кг·град).

В задачах 1.39 – 1.43 необходимо определить размерности следующих физических величин в системе двух основных величин: $dim(t) = T$ и $dim(l) = L$. Для решения задач используйте фундаментальные физические законы.

- 1.39 Скорость, v ;
 1.40* Масса, m ;
 1.41* Электрический заряд, q ;
 1.42* Электрический ток, I ;
 1.43* Температура, θ .

2 ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

2.1 При измерении мирового рекорда на спринтерской дистанции 100 м использовался электронный секундомер с относительной инструментальной погрешностью 0,2 %. Время действующего мирового рекорда равно $(8,745 \pm 0,001)$ с. Можно ли уверенно утверждать, что время 8,70 с является новым мировым рекордом? Ответ обоснуйте математическим неравенством.

2.2 Используя линейку с максимальной длиной 30 см, измерили два объекта контроля: $l_1 = 12$ мм и $l_2 = 255$ мм. Измерение какого объекта более точное? Ответ обоснуйте математическим неравенством.

2.3 Определите допустимую приведенную погрешность акселерометра для измерения виброускорения $a = (50 \pm 2)$ м/с², диапазон измерения от 0 до 100 м/с².

2.4 Измерение электрического напряжения на солнечной батарее проводят с использованием аналого-цифрового преобразователя (АЦП) с относительной погрешностью преобразования 0,25 %. Результат измерения равен 1,25 В. Напряжение на ее выводах должно превышать 1,20 В. Можно ли обосновано утверждать, что солнечная батарея годна к эксплуатации? Ответ подтвердите математическим неравенством.

2.5 Номинальное напряжение в электрической сети 220 В, имеющее отклонение $\pm 10\%$. Необходимо ли скорректировать величину напряжения, если измеренное значение равно 199 В? Ответ обоснуйте математическим неравенством.

2.6 При испытательном нагружении резервуара допустимо отклонение от номинального давления 300 МПа не более 5 %. С какой абсолютной максимально допустимой погрешностью необходимо измерять давление при испытаниях?

2.7 Штангенциркулем (цена деления 0,05 мм) и линейкой проведены измерения длины детали: 25,35 мм и 26 мм, соответственно. Различаются ли результаты измерений?

2.8 На бензоколонке заливают бензин с абсолютной систематической погрешностью $\Delta = -0,1$ л при каждой заправке. Вычислите относительные погрешности, возникающие при покупке 16 л и 40 л бензина.

2.9* Используя результаты решения задачи 2.8, определите выгоду от приобретения в течение года 1360 литров по цене 18 руб/л при покупках по 16 л по сравнению с покупкой по 40 л.

2.10* Частоту вращения двигателя (~12 Гц) вычисляют по результатам измерения количества оборотов за определенный интервал времени.

Устройство, считающее количество оборотов, не позволяет измерять угол поворота вала двигателя. Рассчитайте необходимый интервал времени измерения, чтобы погрешность измерения частоты не превышала 0,01 Гц (погрешностью измерения времени пренебречь).

2.11* Выравнивание температуры термометра и человеческого тела происходит по экспоненциальному закону с постоянной времени 1 минута. Оцените максимально допустимую абсолютную погрешность, если измерение выполняют за 3 минуты при температуре окружающей среды 20 °С.

2.12* В условиях задачи 2.10 оцените минимально необходимое время измерения температуры человеческого тела, чтобы относительная погрешность не превышала 0,2 %.

2.13* Для уменьшения субъективной погрешности определения периода колебаний маятника ручным секундомером проводят измерение времени совершения нескольких колебаний. Частота маятника около 1 Гц, реакция человека составляет 0,22 с. Какое количество колебаний должен совершить маятник при измерении периода, чтобы его относительная погрешность не превышала 0,2 %.

2.14 При измерении длины используется метровая линейка с коэффициентом линейного расширения $\alpha = 10^{-5}$ м/°С. Вычислите дополнительные максимальные абсолютные погрешности линейки, связанные с изменением температуры в диапазоне от -40 до +40 °С, если линейка была изготовлена при температуре +20 °С.

2.15* Датчик путейской координаты ультразвукового дефектоскопа представляет собой катящийся по рельсу ролик известного диаметра. В результате измерения количества оборотов ролика длина одной плети бесстыкового пути оказалась равной 968 м. Оцените абсолютную погрешность измерения, если из-за износа диаметр ролика уменьшился до 98 % первоначального размера.

2.16 Какое средство измерения толщины изделия с волнистостью 0,035 мм является оптимальным для однократного измерения: штангенциркуль (цена деления 0,05 мм) или микрометр (цена деления 10 мкм)? Ответ обоснуйте математическим неравенством.

2.17 На равноплечих весах измерили массу тела 250 г. Оцените абсолютную погрешность взвешивания, если плечи одинаковой длины 120 мм с учетом погрешности линейки.

2.19 В электрическом сигнале $U(t)$ обнаружена помеха от сети 220 В 50 Гц:

$$U(t) = U_0 + A \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \varphi), \quad (3)$$

где U_0 – постоянное электрическое напряжение, 45 В;

A – величина помехи от сети, 84 мВ;

f – частота, 50 Гц;

φ – фаза, 1 рад;

Определите относительную погрешность мгновенного однократного измерения напряжения.

2.20* В условиях задачи 2.19 оцените абсолютную погрешность при измерении прибором, усредняющим сигнал на интервале 1 с.

3 МЕТРОЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

3.1 Стрелочным амперметром с классом точности 0,5 и верхним пределом измерения 40 А измерено значение электрического тока $I = 24$ А. Найдите абсолютную, относительную и приведенную погрешности.

3.2 Класс точности счетчика электроэнергии (1), вычислите максимально допустимую абсолютную погрешность измерения электроэнергии за месяц, если результат измерения 125 кВт·ч.

3.3 Определить необходимый класс точности вольтметра для измерения напряжения питания бортовой сети самолета ТУ-134 $V = (27 \pm 2,7)$ В, если верхний предел измерения 40 В.

3.3 Класс точности магазина сопротивлений $\frac{0,02}{0,01}$, верхний предел 120 Ом. Допустимо ли использовать это устройство для воспроизведения сопротивления в интервале от 20 до 40 Ом с максимально допустимой абсолютной погрешностью 0,1 Ом.

3.4 Для проверки работоспособности омметра класса точности (0,5) провели измерение эталонного сопротивления $(300 \pm 0,1)$ Ом. В результате измерения получено значение 298,3 Ом. Необходимо ли отправить омметр на внеочередную поверку (ответ подтвердите математическим неравенством)?

3.5 Определите, в каком случае относительная погрешность измерения тока $I=10$ мА меньше, если для измерения использованы два прибора, имеющие соответственно шкалы на 15 мА (класс точности прибора 0,5) и 100 мА (класс точности прибора 0,1).

3.6 Вольтметром с цифровым отсчетом измерено напряжение постоянного тока 20 В на пределе 30 В. Основная относительная погрешность прибора

$$\delta_0 = \pm \left[0,25 + 0,1 \left(\frac{U_{np}}{U_x} - 1 \right) \right].$$

Измерение производится при нормальных условиях.

Вычислить инструментальную абсолютную погрешность и записать класс точности средства измерения.

3.7 В результате поверки амперметра с верхним пределом измерения 30 А получены следующие значения электрического тока ($I_{изм}$) при эталонных значениях тока ($I_{эт}$):

$I_{эт}, А$	5,0	10,0	15,0	20,0	25,0
$I_{изм}, А$	4,8	10,3	15,2	19,7	25,4

Допустимо ли метрологу выдать на прибор свидетельство о поверке, если класс точности прибора (2,5) (ответ подтвердите математическим неравенством)?

3.8 В результате поверки амперметра с верхним пределом измерения 60 А получены следующие значения электрического тока ($I_{изм}$) при эталонных значениях тока ($I_{эт}$):

$I_{эт}, А$	7,0	15,0	21,0	28,0	45,0
$I_{изм}, А$	6,9	15,2	21,1	27,8	45,1

Допустимо ли метрологу выдать на прибор свидетельство о поверке, если класс точности прибора 0,5? Ответ подтвердите математическим неравенством.

3.9 При калибровке вольтметра с максимальным пределом измерения 5 В получены следующие результаты измерения (U_v) при разных значениях эталонного электрического напряжения ($U_{эт}$):

$U_{эт}, В$	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00
$U_v, В$	0,95	2,01	3,02	3,97	4,96

Считая, что основная инструментальная погрешность вольтметра является мультипликативной, записать класс точности прибора.

3.10 В результате калибровки амперметра с диапазоном измерений от 0 до 80 А получены следующие относительные погрешности измерения (δ_i) при разных эталонных значениях электрического тока ($I_{эт}$):

$I_{эт}, А$	15,0	30,0	45,0	60,0	75,0
$\delta_i, \%$	1,5	1,1	0,98	0,52	0,43

Считая, что инструментальная погрешность является аддитивной записать класс точности амперметра.

3.11 Для измерения электрического тока используются магнитоэлектрические миллиамперметры с основной аддитивной погрешностью и конечными значениями шкалы 0,5 мА. Определите, какой необходим класс точности СИ для измерения тока в пределах от 0,1 до 0,5 мА, чтобы относительная погрешность измерения тока не превышала $\pm 1\%$.

3.12 При измерении тока прибором с классом точности 2,0 и шкалой 15 А было получено значение 11,5 А. Определить диапазон возможного действительного значения тока.

3.13 Основная приведенная погрешность показаний магнитоэлектрического прибора 0,5%. Вычислите наибольшие относительные погрешности измерения при отклонении стрелки на 75, 25 и 5 % его шкалы?

3.14 На шкале омметра нанесено 76 основных отметок. Диапазон показаний омметра от 0 до 150 кОм. Вычислите цену деления СИ?

3.15 Стрелочный вольтметр имеет два диапазона показаний с верхним пределом 90 В и 240 В. Чему равна цена деления на втором диапазоне, если на первом она равна 3 В.

3.16 Миллиамперметр имеет диапазон показаний от 0 до 20 мА и диапазон измерений от 1 до 20 мА. Определите цену деления, если на шкале нанесена 21 основная отметка.

3.17 Определите относительную методическую погрешность измерения тока амперметром, внутреннее сопротивление которого 14 Ом, включенного последовательно в цепь с источником постоянного тока, имеющего ЭДС 12 В и внутренним сопротивлением 40 Ом; сопротивление нагрузки 0,450 Ом.

3.18 Вольтметром Щ4313 с цифровым отсчетом измерено напряжение постоянного тока 15 В на пределе 20 В. Внутреннее сопротивление источника 10 кОм. Основная относительная погрешность прибора:

$$\delta_0 = \pm \left[0,25 + 0,1 \left(\frac{U_{np}}{U_x} - 1 \right) \right], \quad (4)$$

Входное сопротивление прибора $1,3 \cdot 10^6$ Ом. Измерение производится при нормальных условиях. Рассчитайте инструментальную и методическую погрешность измерения.

3.19 Имеется прецизионное сопротивление БЛП-65 кОм, отклонение параметра от номинального $\pm 1\%$. Требуется оценить его соответствие установленной погрешности. Для измерения взят цифровой омметр, для которого предел допускаемой основной погрешности установлен формулой:

$$\delta_R = \pm \left[0,2 + 0,05 \left(\frac{R_{np}}{R_x} - 1 \right) \right], \quad (5)$$

На каком из двух пределов: 1000 кОм или 100 кОм величина инструментальной погрешности омметра меньше трети погрешности сопротивления.

3.20 При измерении напряжения на нагрузочном резисторе вольтметр показал 13,5 В. Найти абсолютную и относительную методические погрешности измерения, если сопротивление резистора 7 Ом, ЭДС источника 14,2 В, его внутреннее сопротивление 0,1 Ом.

3.21 Тензометрический преобразователь, используемый для измерения деформаций, имеет следующую функцию преобразования длины в сопротивление:

$$R(L) = 2 \cdot \frac{l-l_0}{l_0} \cdot R_0 + R_0, \quad (6)$$

где R – электрическое сопротивление преобразователя, Ом;

l – длина преобразователя, мм;

l_0 – начальная длина преобразователя, 10 мм;

R_0 – начальное сопротивление преобразователя,

100 Ом;

Выразите дифференциальную чувствительность преобразователя в Ом/мкм.

3.22* Для измерения ЭДС ε в цепи схемы, представленной на рисунке, использован вольтметр класса 0,2 с верхним пределом измерения 3 В и внутренним сопротивлением $R_V = 1000$ Ом. Определить относительную методическую погрешность измерения ЭДС, если сопротивление соединительных проводов $R = 100$ Ом.

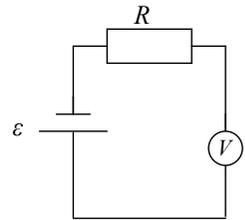


Рисунок к задаче 3.22

3.23* В условиях задачи 3.22 определить предел допускаемой относительной погрешности прибора и сравнить ее с относительной методической погрешностью измерения, если ЭДС источника $\varepsilon = 1,5$ В.

3.24* Для измерения напряжения $U = 9,5$ В используются два вольтметра: класса точности 1,0 с верхним пределом измерения 50 В и класса точности 1,5 с верхним пределом измерения 10 В. Определите, при измерении каким вольтметром наибольшая относительная погрешность меньше и во сколько раз.

3.25 Электродинамический ваттметр имеет два предела измерения по току: $I_n = 0,25; 0,5$ А и четыре предела по напряжению: $U_n = 30; 75; 150; 300$ В. Двухрядная шкала разбита на 300 делений. Определить цену деления шкалы в Вт/дел для всех возможных вариантов включения прибора и заполните таблицу.

I_n, A	0,25				0,5			
U_n, B	30	75	100	300	30	75	150	300
$C, Вт/дел$								

3.26 Отсчет по шкале прибора с пределами измерений от 0 до 100 В и равномерной шкалой составил 75 В. Не учитывая другие виды погрешностей измерения, оценить пределы допускаемой абсолютной погрешности при использовании различных СИ с классами точности: 0,02/0,01; 0,5 и 0,5.

3.27 Аналоговый вольтметром класса точности 0,5 с диапазоном измерения от 0 до 3 В и шкалой, содержащей 150 делений, в нормальных условиях измерено напряжение постоянного тока. С округлением до десятых долей деления сделан отсчет: 51,3 дел. Выходное сопротивление источника сигнала пренебрежимо мало. Записать результат измерения.

4 МНОГОКРАТНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

4.1 В результате 30 равнооточных измерений температуры определено среднее квадратическое отклонение 8,7 °С. Предполагая нормальный закон распределения, вычислите случайную погрешность с вероятностью 0,99.

4.2 При многократных измерениях давления маслонасосной станции получены следующие значения: 12,38; 12,43; 12,32; 12,32; 12,48; 12,74; 12,45; 12,46 МПа. Предполагая нормальный закон распределения, проверьте наличие «грубой» погрешности в результатах измерений с уровнем значимости 0,01.

4.3 Оцените случайную погрешность измерения сопротивления с доверительной вероятностью 99,5 %, если при равнооточных измерениях были получены следующие результаты: 46,43; 46,49; 46,42; 46,52; 46,38; 46,40; 46,51 Ом. Распределение случайной погрешности считать нормальным.

4.4 Прибор для измерения длины волны аттестуется по стандартному источнику $\lambda = 546,07$ нм. Прибор при 3-х измерениях дал отсчеты: 546,01 нм, 542,20 нм, 546,30 нм. Оцените случайную составляющую погрешности при измерении этим прибором с уровнем значимости 0,1. Имеет ли в результатах систематическая погрешность?

4.5* Для проверки прочности стали одной плавки проводят испытание стандартных образцов на растяжение до разрушения. Известна дисперсия прочности образцов одной плавки: $\sigma_x^2 = 45$ МПа². Сколько образцов необходимо использовать в испытаниях, чтобы с доверительной вероятностью 0,68 погрешность этих испытаний не превышала 2 МПа?

4.6 На СТО провели диагностирование топливной системы легкового автомобиля. Опытные результаты измерений расхода топлива составили 7,2;

6,4; 9,4; 6,8; и 7,6 л/(100 км). Используя критерий Грэмса, определите, какие измерения имеют грубую погрешность.

4.7 При проверке работы генератора электрического тока легкового автомобиля получили следующие результаты измерения напряжения бортовой сети: 14,0; 14,7; 14,2; 13,9; 14,3; 15,6; 14,4; 14,5; 14,6 В. Определить по критерию Грэмса наличие «промахов» в результатах измерений.

4.8 Ультразвуковым методом дефектоскопист выполнил измерения прозвучиваемости оси колесной пары в нескольких точках:

Амплитуда донного сигнала, мВ											
6,200	7,943	7,079	6,310	5,623	5,630	4,467	6,310	6,200	5,012	5,012	3,548

Из-за различной шероховатости поверхности оси в разных точках результаты, очевидно, имеют случайную погрешность. Определите, имеется ли в результатах систематическая погрешность?

4.9 Отделом ОТК металлургического завода измерено содержание углерода с последовательных плавках чугуна в одной домне:

Содержание углерода в плавке, %												
3,53	3,96	3,83	3,70	3,15	3,53	3,01	3,98	3,12	3,96	3,15	3,23	3,22

Присутствует ли систематическая составляющая погрешности содержания углерода в выплавляемом чугуне с вероятностью более 95%?

4.10 В вагонном депо за 2004 год проведено 1400 измерений диаметров колес контактным способом. Из всех результатов выбрали 12 значений, полученных в конце каждого месяца:

Диаметр колеса, мм											
Янв.	Февр.	Март	Апр.	Май	Июнь	Июль	Авг.	Сен.	Окт.	Нояб.	Дек.
927,0	926,0	923,7	925,0	926,3	923,9	925,0	923,5	924,4	923,9	922,8	922,7

С уровнем значимости 1% определите, влияет ли постепенное истирание шаблона на результат измерения? Какую погрешность вносит износ шаблона?

4.11 В течение трех дней через каждые 5 часов проводили измерение длины рельса, уложенного в бесстыковой путь.

Отклонение длины рельса от номинального значения, мкм													
97,5	88,0	99,1	111,7	104,2	89,5	92,8	108,4	109,7	94,3	88,7	102,4	112,0	101,0

С доверительной вероятностью 99% определите, имеется ли в результатах измерений систематическая погрешность?

Решите эту задачу графически и объясните полученный результат.

4.12 Для утверждения типа средства измерения в орган по сертификации поступила партия из 14 вольтметров с заявленным классом точности 1,5 и верхним пределом измерения 12 В. В результате испытаний по стандартному образцу (9,021±0,015) В получены следующие значения электрического напряжения каждым прибором:

Результаты измерения приборами эталонного источника напряжения														
№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
U, В	9,03	9,23	9,20	8,79	9,02	9,23	9,09	9,03	9,07	9,13	9,02	8,74	8,71	8,96

Соответствует ли прибор классу точности 1,5 с доверительной вероятностью 99%?

4.13* В результате поверки амперметра установлено, что 80% погрешностей результатов измерений, произведенных с его помощью, не

превосходит ±20 мА. Считая, что погрешности распределены по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием, найти вероятность того, что погрешность результата измерения превысит ±40 мА.

4.14* В задаче 4.7 найти случайную погрешность однократного измерения с доверительной вероятностью 0,95.

4.15* В задаче 4.7 найти случайную погрешность 18-ти равнооточных измерений с доверительной вероятностью 0,95.

4.16 В результате измерений сопротивлений получены следующие значения: $R_1 = 200$ Ом; $R_2 = 100$ Ом; $R_3 = 600$ Ом; $R_4 = 500$ Ом. Среднеквадратичные отклонения измеренных сопротивлений соответственно равны 0,3; 0,2; 0,6; 0,3 Ом. Определить среднеквадратичное отклонение сопротивления R, если $R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$.

4.17* Для работы схемы необходимо сопротивление $R > 10$ кОм. Прибор имеет нормально распределенную случайную погрешность с дисперсией 0,1 кОм² (систематической пренебречь) и показывает, что данное сопротивление равно 8,00 кОм. Какова вероятность того, что деталь нельзя использовать?

4.18* Экспериментатор проводит измерение электрического напряжения, возникающего в электрической схеме. Среднеквадратичное отклонение электромагнитной помехи от сети 50 Гц составляет 20 мВ. Укажите, какую минимальную погрешность может получить экспериментатор, используя усреднение сигнала по 100 измерениям с временем квантования 0,2 с. (доверительную вероятность принять равной 0,99).

5 ПОГРЕШНОСТИ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

5.1 Вычислите абсолютную инструментальную погрешность измерения сопротивления R в электрической цепи, показанной на рисунке, если показания вольтметра $U = 120$ В, а амперметра $I = 0,5$ А. Верхние пределы измерения вольтметра 250 В, амперметра 2 А. Классы точности идеальных СИ указаны на рисунке.

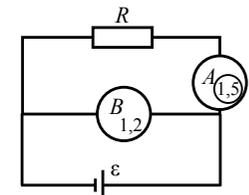


рисунок к задаче 5.1

5.2 В условиях задачи 5.1 вычислите методическую составляющую погрешности результата измерения, считая СИ неидеальными. Внутреннее сопротивление амперметра меньше 5 Ом, а вольтметра равно 100 кОм.

5.3 Используя правило ничтожно малых погрешностей, найти суммарную погрешность, объединив инструментальную составляющую из задачи 5.1 и методическую из задачи 5.2.

5.4 Определите значение сопротивления R и его относительную погрешность в цепи, показанной на рисунке. Показания вольтметра $U = 80$ В, а амперметра $I = 0,012$ А. Верхние пределы измерения вольтметра

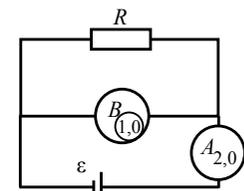


рисунок к задаче 5.4

100 В, амперметра 0,1 А. Классы точности идеальных СИ указаны на рисунке.

5.5 В условиях задачи 5.4 оцените методическую составляющую погрешности результата измерения, считая СИ неидеальными. Внутреннее сопротивление амперметра меньше 7 Ом, а вольтметра равно 150 кОм.

5.6 Используя правило ничтожно малых погрешностей, найти суммарную погрешность, объединив инструментальную составляющую из задачи 5.4 и методическую из задачи 5.5.

5.7 В результате измерения напряжения на аккумуляторе вольтметром М30 (класс точности 1,5; предел измерения 5 В, внутреннее сопротивление 75 кОм) получено значение ЭДС 1,35 В. При измерении вольтметром Э90 (класс точности 1; предел измерения 10 В, внутреннее сопротивление 150 кОм) результат измерения 1,50 В.

5.7.1 оцените инструментальную погрешность прибором Э90

5.7.2 оцените методическую погрешность измерения ЭДС прибором М30

5.7.3 будет ли работать электрическая схема с внутренним сопротивлением 10 кОм, если необходимое минимальное напряжение питания составляет 1,2 В?

5.8 Укажите, можно ли использовать вольтметр М30 (класс точности 1,5; предел измерения 5 В, внутреннее сопротивление 75 кОм) для измерения ЭДС источников с внутренним сопротивлением меньше 1 кОм и электродвижущей силой 3 В, если максимально допустимая погрешность измерений составляет $\pm 0,3$ В.

5.9 Определить абсолютную и относительную погрешности измерения напряжения источника ε , если показания вольтметров $U_1=100$ В, $U_2=50$ В. Предел измерения вольтметров 150 В и класс точности 1,5.

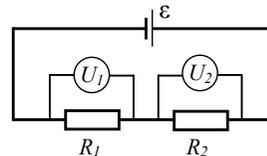


Рисунок 3 (задача 5.9)

5.10 Вычислите скорость автомобиля и оцените погрешность измерения скорости, если за время $(16 \pm 0,5)$ с автомобиль переместился на расстояние (230 ± 1) м. В условиях задачи случайные погрешности приведены в виде доверительных интервалов с вероятностью $P = 0,95$.

5.11 Прикладывая несколько раз линейку с максимальной длиной 1 м, получили результат измерения длины комнаты 7,54 м. Оцените погрешность измерения, пренебрегая инструментальной составляющей.

5.12* Номинальная функция преобразования термометра расширения равна

$$T_H(l) = k \cdot (l + l_0), \quad (7)$$

где l – длина столбика ртути, мм

k – чувствительность термометра, $(1,50 \pm 0,1)$ °С/мм;

l_0 – начальная длина столбика ртути, $(3 \pm 0,5)$ мм

Вычислите температуру и абсолютную погрешность измерения, если длина столбика ртути равна $(11 \pm 0,5)$ мм.

5.13 Решить задачу 5.12 графическим способом.

5.14 Счетчик электроэнергии класса точности ① показал за два часа потребляемую лампочкой и холодильником электроэнергию 0,140 кВт·ч. Жители квартиры измерили потребляемую мощность самостоятельно, используя вольтметр и амперметр с классами точности 0,5 и ②; пределами

измерений 250 В и 2 А, результаты измерений 220 В и 55 А, соответственно. Скажите, необходимо ли заменить счетчик, если относительная погрешность измерения времени 0,5%?

5.15 Найдите объем детали и его погрешность, если измерения ребер прямоугольного параллелепипеда дали результат:

$$\begin{aligned} x &= (58,3 \pm 0,5) \text{ мм} \\ y &= (14,2 \pm 0,5) \text{ мм} \\ z &= (44,4 \pm 0,5) \text{ мм} \end{aligned} \quad (8)$$

5.16* Время реакции человека на световой сигнал составляет у разных лиц от 0,15 до 0,22 с, а на звуковой от 0,082 до 0,195 с. Оцените абсолютную погрешность измерения расстояния от наблюдателя до молнии по времени задержки грома относительно световой вспышки. Время задержки грома 4,5 с, скорость звука в воздухе (330 ± 5) м/с, скорость света можно считать бесконечно большой.

5.17 Определить абсолютную погрешность манометра с токовым выходным сигналом от 0 до 5 мА с пределами измерения от 0 до 40 кгс/см², если при измерении давления 32 кгс/см² выходной сигнал составил 3,93 мА. Функцию преобразования считать линейной.

5.18 На бензоколонке заливают бензин с абсолютной систематической погрешностью $\Delta = -0,1$ л при каждой заправке. Оцените суммарные погрешности при заправке 1240 л бензина равными частями по 10 л и по 40 л.

5.19 Считая погрешность расходомера бензина на бензоколонке случайной величиной $\Delta_c = 0,07$ л с доверительной вероятностью $P = 0,99$, вычислите суммарную погрешность покупки 1230 л несколько раз равными частями по 10 л и по 40 л.

5.20* Тензометрический преобразователь, используемый для измерения деформаций, имеет следующую функцию преобразования длины в сопротивление:

$$R(L) = 2 \cdot \frac{L-L_0}{L_0} \cdot R_0 + R_0, \quad (9)$$

где R – электрическое сопротивление преобразователя, Ом;

L – длина преобразователя, мм;

L_0 – начальная длина преобразователя, 15 мм;

R_0 – начальное сопротивление преобразователя, 90 Ом;

Начальное сопротивление преобразователя изменяется в рабочем температурном диапазоне от 89,5 до 90,5 Ом. Вычислите аддитивную погрешность и запишите ее в абсолютном виде.

5.21* В условиях задачи 5.20 начальное сопротивление преобразователя изменяется в рабочем температурном диапазоне от 89,2 до 90,6 Ом. Вычислите мультипликативную составляющую погрешности и запишите ее в относительном виде.

5.23 Альтиметр, используемый парашютистами, определяет высоту в результате измерения атмосферного давления. На высотах до 3000 м зависимость давления воздуха P (мм.рт.ст.) от высоты h (м) близка к линейной зависимости

$$P(h) = 756,9 - 0,0791 \cdot h, \quad (10)$$

Распределение результатов измерения атмосферного давления описывается нормальным законом со среднеквадратичным отклонением 5 мм.р.ст. Вычислите абсолютную погрешность измерения высоты с уровнем значимости 0,01%.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1.1 Докажите, что шкала нумерации паспортов не обладает свойством аддитивности, но обладает свойством эквивалентности. К какому классу шкал она относится?

Решение:

1) Определенный номер присваивается паспорту один и только один раз, следовательно, для этой шкалы выполняется отношение эквивалентности: разные паспорта имеют разные номера, каждому паспорту присвоен только один номер.

2) Отношение аддитивности проявляется в эквивалентности любых интервалов шкалы. Выражение: «разница между паспортами №234567 и №234569 эквивалентна разнице между паспортами №234534 и №234536» не имеет смысла. Следовательно отношение аддитивности не выполняется для этой шкалы.

3) Шкала нумерации паспортов является шкалой наименований (классификации).

1.23 Составьте размерность производной физической величины в системе СИ, зная ее единицы измерения (Приложение А):

Удельная теплота сгорания вещества – γ [Дж/кг];

Решение:

1) Используя данные приложения А преобразуем единицу энергии джоуль через единицы силы и длины:

$$\frac{\dot{A}a}{\dot{e}a} = \frac{\dot{I} \cdot \dot{i}}{\dot{e}a}, \quad (11)$$

2) Снова воспользуемся приложением А, выразив единицу силы через единицы массы, длины и времени. После сокращения общих множителей в числителе и знаменателе получим:

$$\frac{\dot{A}a}{\dot{e}a} = \frac{\dot{I} \cdot \dot{i}}{\dot{e}a} = \frac{\frac{\dot{e}a \cdot \dot{i}}{\dot{n}^2} \cdot \dot{i}}{\dot{e}a} = \frac{\dot{i}^2}{\dot{n}^2}, \quad (12)$$

3) Перепишем в других обозначениях. Единица удельной теплоты сгорания выражается через основные единицы системы СИ следующим образом:

$$[\gamma] = \frac{[I]^2}{[I]^2} = [I]^2 \cdot [t]^{-2}, \quad (13)$$

4) Умножим левую и правую части уравнения на безразмерное число α :

$$\alpha \cdot [\gamma] = \alpha \cdot [I]^2 \cdot [t]^{-2}, \quad (14)$$

5) В правой части уравнения представим число α в виде произведения трех чисел:

$$\alpha = k \cdot \frac{m^2}{n^2}, \quad (15)$$

$$\alpha \cdot [\gamma] = k \cdot m^2 \cdot [I]^2 \cdot n^{-2} \cdot [t]^{-2}, \quad (16)$$

6) В соответствии с основным уравнением теории измерений произведение единицы измерения на число есть значение физической величины:

$$\gamma = \alpha \cdot [\gamma], \quad (17)$$

$$l = m \cdot [I], \quad (18)$$

$$t = n \cdot [t], \quad (19)$$

7) Выполним замену и получим выражения физической величины через основные физические величины:

$$\gamma = k \cdot l^2 \cdot t^{-2}, \quad (20)$$

8) Таким образом, размерность физической величины равна:

$$\dim(\gamma) = L^2 \cdot T^{-2}, \quad (21)$$

2.1 При измерении мирового рекорда на спринтерской дистанции 100 м использовался электронный секундомер с относительной инструментальной погрешностью 0.2 %. Скажите, можно ли уверенно утверждать, что время 8.70 с является новым мировым рекордом, если время действующего мирового рекорда равно (8.745 ± 0.001) с (ответ обоснуйте математическим неравенством)?

Решение:

1) Найдем абсолютную погрешность измерения времени нового рекорда на дистанции 100 м:

$$\Delta_t = t \cdot \frac{\delta_t}{100\%} = 0,02 \text{ с}, \quad (22)$$

где δ_t – относительная погрешность, 0.2 %;

t – значение физической величины, 8.70 с;

Δ_t – абсолютная погрешность, с.

2) Результат измерения представим в виде интервала:

$$(8.70 \pm 0.02) \text{ с}$$

3) Сравним результат с действующим рекордом:

$$(8.745 \pm 0.001) \text{ с}$$

4) Время 8.70 с является новым мировым рекордом, так как выполняется неравенство:

$$(8.745 - 0.001) \text{ с} > (8.70 + 0.02) \text{ с} \\ 8.744 \text{ с} > 8.72 \text{ с}$$

3.7 В результате проверки амперметра с верхним пределом измерения 30 А получены следующие значения электрического тока ($I_{изм}$) при эталонных значениях тока ($I_{эт}$):

$I_{эм}, A$	5,0	10,0	15,0	20,0	25,0
$I_{изм}, A$	4,8	10,3	15,2	19,7	25,4

Допустимо ли метрологу выдать на прибор свидетельство о поверке, если класс точности прибора **2,5** (ответ подтвердите математическим неравенством)?

Решение:

1) Для решения задачи необходимо составить таблицу:

$I_{эм}, A$	5,0	10,0	15,0	20,0	25,0
$I_{изм}, A$	4,8	10,3	15,2	19,7	25,4
Δ_I					
Δ_{Imax}					

где Δ_I – погрешность измерения, А;

Δ_{Imax} – максимально допустимая погрешность измерения, А;

2) Вычислим погрешности измерения исходя и определения:

$$\Delta_I = I_{\dot{y}0} - I_{\dot{e}ci}, \quad (23)$$

$I_{эм}, A$	5,0	10,0	15,0	20,0	25,0
$I_{изм}, A$	4,8	10,3	15,2	19,7	25,4
Δ_I	0,2	-0,3	-0,2	-0,3	-0,4
Δ_{Imax}					

3) Класс точности средства измерения приведенный в окружности указывает максимально допустимую инструментальную относительную погрешность:

$$\delta_{Imax} = 1,5 \%$$

4) Вычислим максимально допустимую абсолютную погрешность:

$$\Delta_{Imax} = I_{\dot{y}0} \cdot \frac{\delta_{Imax}}{100\%}, \quad (24)$$

$I_{эм}, A$	5,0	10,0	15,0	20,0	25,0
$I_{изм}, A$	4,8	10,3	15,2	19,7	25,4
Δ_I	0,2	-0,3	-0,2	-0,3	-0,4
Δ_{Imax}	0,12	0,25	0,38	0,5	0,6

При заполнении таблицы используем правило округления погрешности до двух значащих цифр, если отбрасывается меньше 5% от величины погрешности.

5) Из таблицы следует, что модуль значения абсолютной погрешности измерения превышает максимально допустимую погрешность:

$$0,3 A > 0,25 A \text{ и } 0,2 A > 0,12 A$$

Следовательно, прибор не соответствует классу точности **2,5** и метролог не может выдать свидетельство о поверке.

6) Результаты поверки для наглядности могут быть представлены графически:

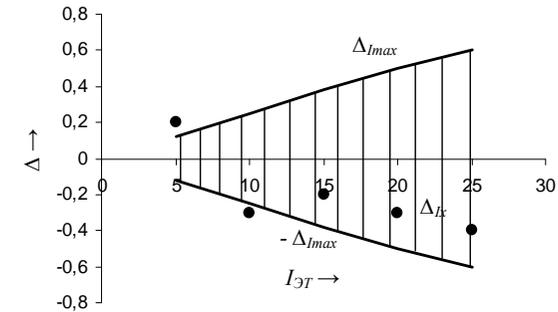


Рисунок – Зависимости погрешности измерения и максимально допустимой погрешности от значения измеряемой величины. Результаты 0,3 А и 0,2 А не удовлетворяют заявляемому классу точности

4.2 При многократных измерениях давления маслонасосной станции получены следующие значения: 12,38; 12,43; 12,32; 12,32; 12,48; 12,74; 12,45; 12,46 МПа. Предполагая нормальный закон распределения, проверьте наличие «грубой» погрешности в результатах измерений с уровнем значимости 0,01.

Решение:

1) Для решения задачи воспользуемся критерием Греббса:

$$P(K_r > Z_{q,n}) = q, \quad (25)$$

$$K_r = \frac{|x_c - \bar{x}|}{\sigma_x}, \quad (26)$$

где x_c – сомнительный результат измерения, МПа;

\bar{x} – среднее значение результатов измерений, МПа;

σ_x – среднее квадратичное отклонение, МПа;

q – уровень значимости;

n – количество измерений;

2) Вычислим среднее значение результатов измерений x_i :

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} = 12,448 \text{ МПа}$$

3) Вычислим отклонения результатов измерений от среднего:

$$\Delta_{xi} = x_i - \bar{x}$$

i	1	2	3	4	5	6	7	8
x_i	12,38	12,43	12,32	12,32	12,48	12,74	12,45	12,46
Δ_{xi}	-0,0675	-0,0175	-0,1275	-0,1275	0,0325	0,2925	0,0025	0,0125

4) Сделаем оценку среднего квадратичного отклонения:

$$\sigma_x \approx \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n \Delta_{xi}^2} = 0,13 \text{ МПа}$$

5) Выберем сомнительный результат с наибольшим по модулю отклонением от среднего:

$$x_6 = 12,74 \text{ МПа}$$

6) Вычислим коэффициент $K_r = 2,19$

7) Для доверительной вероятности $q = 0,01$ и число измерений $n = 8$ найдем в таблицах значений функции распределения $Z_{q,n}$ для критерия Греббса (Смирнова) критическое значение $Z_{0,01,8} = 2,37$.

8) Так как вычисленный коэффициент $K_r = 2,19 < Z_{0,01,8} = 2,37$, следовательно, с доверительной вероятностью $0,01$ в результатах измерения отсутствует случайная погрешность.

5.15 Найдите объем детали и его погрешность, если измерения ребер прямоугольного параллелепипеда дали результат:

$$x = (58,3 \pm 0,5) \text{ мм}$$

$$y = (14,2 \pm 0,5) \text{ мм}$$

$$z = (44,4 \pm 0,5) \text{ мм}$$

Решение:

1) Объем прямоугольного параллелепипеда определяется произведением длины, ширины и высоты:

$$V(x, y, z) = x \cdot y \cdot z, \quad (27)$$

$$V = 36756,984 \text{ мм}^3$$

2) Изменение объема dV при бесконечно малых приращениях размеров dx , dy , dz определяется полным дифференциалом функции $V(x, y, z)$:

$$dV = \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial z} \cdot dz, \quad (28)$$

3) Перейдем от бесконечно малых приращений к определенным значениям случайных погрешностей: $\Delta_V, \Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$.

$$\Delta_V = \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial x} \cdot \Delta_x + \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial y} \cdot \Delta_y + \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial z} \cdot \Delta_z, \quad (29)$$

4) Выражение применимо для оценки погрешности косвенного измерения с известными знаками погрешностей измерений. Из условия задачи знаки неизвестны и погрешности измерения размеров независимы один от другого, поэтому используют выражение:

$$\Delta_V^2 = \left(\frac{\partial V(x, y, z)}{\partial x} \right)^2 \cdot \Delta_x^2 + \left(\frac{\partial V(x, y, z)}{\partial y} \right)^2 \cdot \Delta_y^2 + \left(\frac{\partial V(x, y, z)}{\partial z} \right)^2 \cdot \Delta_z^2, \quad (30)$$

5) Вычислим частные производные:

$$\frac{\partial(x \cdot y \cdot z)}{\partial x} = y \cdot z, \quad \frac{\partial(x \cdot y \cdot z)}{\partial y} = x \cdot z, \quad \frac{\partial(x \cdot y \cdot z)}{\partial z} = x \cdot y, \quad (31)$$

6) Подставляем выражения (31) в (30):

$$\Delta_V^2 = (y \cdot z)^2 \cdot \Delta_x^2 + (x \cdot z)^2 \cdot \Delta_y^2 + (x \cdot y)^2 \cdot \Delta_z^2, \quad (32)$$

7) Для упрощения расчетов разделим обе части уравнения на квадрат объема $V^2 = x^2 \cdot y^2 \cdot z^2$ и преобразуем в относительные погрешности:

$$\delta_V^2 = \delta_x^2 + \delta_y^2 + \delta_z^2, \quad (33)$$

8) Найдем относительные погрешности:

$$\delta_x^2 = 0,86\%, \quad \delta_y^2 = 3,52\%, \quad \delta_z^2 = 1,13\%$$

9) Подставим значения погрешностей в выражение (31) и вычислим погрешность объема:

$$\delta_V^2 = 3,8\%$$

10) Вычислим абсолютную погрешность:

$$\Delta_V = V \cdot \frac{\delta_V}{100\%} = 1396,765 \text{ мм}^3, \quad (34)$$

11) Для правильного представления результатом воспользуемся правилом округления погрешности до двух значащих цифр, при этом отбрасываемый остаток не должен превышать 5% всей погрешности:

$$\Delta_V = 1400 \text{ мм}^3$$

12) Перепишем результат с учетом погрешности измерения:

$$V = (36,8 \pm 1,4) \cdot 10^3 \text{ мм}^3$$

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1 Основной

- 1.1 Метрология, стандартизация и сертификация: Учеб. для вузов / Я.М. Радкевич, А.Г. Схиртладзе, Б.И. Лактионов. – М.: Высш. шк., 2004. – 767 с.
- 1.2 Метрология: Учеб. пособие для вузов/ А.Г. Сергеев, В.В. Крохин. – М.: Логос, 2002. – 407 с.
- 1.3 Сергеев А.Г., Латышев М.В., Терегеря В.В. Метрология, стандартизация, сертификация. М.: Логос, 2003. – 536 с.
- 1.4 Метрология : Основные понятия и математические модели : Учеб. пособие для вузов/ Назаров Н.Г.. -М.: Высш. шк., 2002. – 348 с.
- 1.5 Методические указания к лабораторным работам по метрологии, контролю качества и испытаниям в строительстве и машиностроении (Части 1;2). Новос-ск: СГАПС, 1995. – 29 с., 47с.
- ### 2 Дополнительный
- 2.1 Основы радиоэлектроники : Учеб.пособие/ Волощенко Ю.И.. -М.: Изд-во МАИ, 1993.-416с.
- 2.2 Справочное руководство по физике: Фундаментальные концепции, основные уравнения и формулы: Пер. с англ./ Ч. Пул. – М.: Мир, 2001. – 461 с.
- 2.3 Введение в теорию размерности. Введение в теорию топологических пространств и общую теорию размерности/ П.С. Александров, Б.А. Пасынков. - М.: Наука, 1973. – 575 с.
- 2.4 Основы метрологии и технические измерения: Учеб. пособие для СПТУ/ Васильев А.С.. – М.: Машиностроение, 1988. – 240 с.
- 2.5 Основы метрологии: Учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлению "Приборостроение"/ Кузнецов В.А., Ялунина Г.В.. -М.: ИПК Изд-во стандартов, 1995. – 280 с.
- 2.6 Современные методы и алгоритмы обработки измерений и контроля качества продукции : Учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлению "Метрология, стандартизация и сертификация", спец."Метрология и метролог. обеспечение/ Назаров Н.Г., Архангельская Е.А.. – М.: Изд-во стандартов, 1995. – 162 с.
- 2.7 Измерения для всех/ Шабалин С.А. – М.: Изд-во стандартов, 1992. – 557 с.
- 2.8 Федеральный закон «О техническом регулировании». М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2004. – 32с.
- 2.9 Закон РФ «Об обеспечении единства измерений» № 4871–1 от 27.04.1993.

Приложение А –Физические величины и их единицы в международной системе единиц (СИ)

Физическая величина		Единица измерения	
Наименование	Размерность	Наименование	Обозначение
ОСНОВНЫЕ			
Длина	L	метр	м
Масса	M	килограмм	кг
Время	T	секунда	с
Сила электрического тока	I	ампер	А
Температура	Θ	Кельвин	К
Сила света	J	кандела	кд
ПРОИЗВОДНЫЕ			
Частота		герц	Гц
Сила		ньютон	$\dot{I} = \frac{\partial \dot{i}}{\partial t}$
Давление		паскаль	$\dot{I} \dot{a} = \frac{\dot{i}}{i^2}$
Энергия		джоуль	$\dot{A} \dot{a} = \dot{I} \cdot \dot{i}$
Мощность		ватт	$\dot{A} \dot{\delta} = \frac{\dot{A} \dot{a}}{\dot{n}}$
Количество электричества		кулон	$\dot{E} \dot{e} = \dot{A} \cdot \dot{n}$
Электрическое напряжение		вольт	$\dot{A} = \frac{\dot{A} \dot{a}}{\dot{A}}$
Электрическое сопротивление		ом	$\dot{n} = \frac{\dot{A}}{\dot{A}}$
Поток магнитной индукции		вебер	$\dot{A} \dot{a} = \dot{A} \cdot \dot{n}$
Магнитная индукция		тесла	$\dot{O} \dot{e} = \frac{\dot{A} \dot{a}}{i^2}$
Индуктивность		генри	$\dot{A} \dot{i} = \frac{\dot{A} \dot{a}}{\dot{A}}$
Световой поток		люмен	$\dot{e} \dot{i} = \dot{e} \dot{a} \cdot \dot{n} \dot{\delta}$
Освещенность		люкс	$\dot{e} \dot{e} = \frac{\dot{e} \dot{i}}{i^2}$

Приложение Б – Таблицы значений функций распределения случайных величин

Таблица Б.1 – Значения $t_{P,n-1}$ распределения Стьюдента для различных вероятностей $P(t < t_{P,n-1})$ и числа измерений n

число степеней свободы, $n-1$	Вероятность, P								
	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99
1	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657
2	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,836	2,262	2,821	3,250
10	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,131	2,624	2,977
15	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,120	2,602	2,947
16	0,535	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,110	2,583	2,921
17	0,534	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,101	2,567	2,898
18	0,534	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,093	2,552	2,878
19	0,533	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	0,532	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	0,532	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,532	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,531	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	0,531	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,531	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,531	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,530	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,530	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	0,530	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
∞	0,5244	0,6744	0,8416	1,0364	1,2815	1,6448	1,9599	2,3263	2,5758

Таблица Б.2 – Значения функции $Z_{q,n}$ критерия Греббса (Смирнова)

Число измерений, n	Уровень значимости, q			
	0,1	0,05	0,025	0,01
4	1,64	1,68	1,71	1,73
5	1,79	1,86	1,91	1,96
6	1,90	1,99	2,06	2,13
7	1,98	2,09	2,18	2,26
8	2,04	2,17	2,27	2,37
9	2,10	2,24	2,35	2,47
10	2,15	2,29	2,41	2,54
11	2,19	2,34	2,47	2,61
12	2,23	2,39	2,52	2,67
13	2,27	2,42	2,57	2,72
14	2,30	2,46	2,60	2,76
15	2,33	2,49	2,64	2,80
16	2,36	2,52	2,67	2,84
17	2,38	2,55	2,70	2,87
18	2,41	2,57	2,73	2,90
19	2,43	2,60	2,76	2,93
20	2,45	2,62	2,78	2,96
21	2,47	2,64	2,80	2,98
22	2,49	2,66	2,82	3,01
23	2,51	2,68	2,84	3,03
24	2,52	2,70	2,86	3,05
25	2,54	2,72	2,88	3,07
26	2,56	2,74	2,90	3,09
27	2,57	2,76	2,91	3,11
28	2,59	2,77	2,93	3,12
29	2,60	2,79	2,94	3,14
30	2,61	2,81	2,95	3,16

Таблица Б.3 – Значения функции $A_{q,n}$ критерия Аббе

Число измерений, n	Уровень значимости, q	
	0,01	0,05
4	0,39	0,31
5	0,41	0,27
6	0,44	0,28
7	0,47	0,31
8	0,49	0,33
9	0,51	0,35
10	0,53	0,38
11	0,55	0,40
12	0,56	0,42
13	0,58	0,43
14	0,59	0,45
15	0,60	0,46
16	0,61	0,48
17	0,62	0,49
18	0,63	0,50
19	0,64	0,51
20	0,65	0,52
21	0,66	0,53
22	0,66	0,54
23	0,67	0,55
24	0,68	0,55
25	0,68	0,56
26	0,69	0,57
27	0,69	0,58
28	0,70	0,58
29	0,70	0,59
30	0,71	0,59

Таблица Б.4 – Интегральная функция вероятности нормального распределения

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_{-\infty}^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

x	F(x)	x	F(x)	x	F(x)
0,0	0,50000	1,4	0,91924	2,8	0,99744
0,1	0,53983	1,5	0,93319	2,9	0,99813
0,2	0,57926	1,6	0,94520	3,0	0,99865
0,3	0,61791	1,7	0,95543	3,1	0,99903
0,4	0,65542	1,8	0,96407	3,2	0,99931
0,5	0,69146	1,9	0,97128	3,3	0,99952
0,6	0,72575	2,0	0,97725	3,4	0,99966
0,7	0,75804	2,1	0,98214	3,5	0,99977
0,8	0,78814	2,2	0,98610	3,6	0,99984
0,9	0,81594	2,3	0,98928	3,7	0,99989
1,0	0,84134	2,4	0,99180	3,8	0,99993
1,1	0,86433	2,5	0,99379	3,9	0,99995
1,2	0,88493	2,6	0,99534	4,0	0,99997
1,3	0,90320	2,7	0,99653	4,1	0,99998

Учебное издание
СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ ИЗМЕРЕНИЙ
 Задачник

Составитель
 Редактор
 Технический редактор
 Корректор
 Компьютерная верстка

Изд. лиц. ЛАР № 021277 от 06.08.98

Подписано в печать

Заказ № _____ Тираж 100 экз. Объем _____ п. л.

Издательство Сибирского государственного университета путей сообщения
 630049, Новосибирск, ул. Д. Ковальчук, 191.
 Тел./факс: (383-2) 287-381. E-mail: press@stu.ru